



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

### **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo**

**Baldramina Antonieta Velásquez Gómez<sup>1</sup>, Héctor Arnulfo Chacha Armas<sup>2</sup>, Henry Mauricio Chanatasig Toapanta<sup>3</sup>, Brenda Elizabeth Oña Sinchiguano<sup>4</sup>**

**1. Universidad Técnica de Cotopaxi, baldramina.velasquez@utc.edu.ec**

**2. Universidad Técnica de Cotopaxi, hector.chacha@utc.edu.ec**

**3. Universidad Técnica de Cotopaxi, henry.chanatasig@utc.edu.ec**

**4. Universidad Técnica de Cotopaxi, brenda.ona@utc.edu.ec**

#### **RESUMEN**

La competitividad de las empresas es un tema de gran importancia para las directivas de las organizaciones, especialmente cuando se habla que en la actualidad los mercados son cada vez más exigentes, competitivos y globalizados, en donde se encuentran más competidores dispuestos a entregar productos de buena calidad y a precios cómodos. Debido a estas presiones competitivas se hace necesario gestionar de manera eficaz las cadenas de abastecimiento, tomando decisiones acertadas que permitan entregar al cliente productos de excelente calidad, en tiempos oportunos, fabricados en procesos eficientes que garanticen la optimización de los recursos y los bajos costos de producción, abastecimiento y de distribución, es decir buscar la eficiencia operacional a lo largo de toda la cadena. Para agilizar la toma de decisiones que ayuden a la gestión eficaz de la cadena de abastecimiento, las empresas utilizan tecnologías y herramientas que les permiten actuar de manera rápida a los cambios de un mercado que es cada vez más competitivo. Dentro de estas herramientas encontramos el uso de modelos matemáticos los cuales hacen una representación del problema y ayudan a dar una solución óptima que permite el logro de objetivos y al aumento de la competitividad.

**Palabras Claves:** Consumidores o clientes, Proveedores, Operadores logísticos, Información, Restricciones



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

### **ABSTRACT**

The competitiveness of companies is a matter of great importance for the organizations' directives, especially when it is said that today the markets are increasingly demanding, competitive and globalized, where more competitors are found willing to deliver good products quality and comfortable prices. Due to these competitive pressures, it is necessary to efficiently manage the supply chains, making the right decisions that allow to deliver to the customer products of excellent quality, in due time, manufactured in efficient processes that guarantee the optimization of the resources and the low costs of Production, supply and distribution, is to seek operational efficiency throughout the chain. In order to streamline decision-making to help manage the supply chain effectively, companies use technologies and tools that enable them to act quickly to changes in a market that is increasingly competitive. Within these tools we find the use of mathematical models which make a representation of the problem and help to give an optimal solution that allows the achievement of objectives and the increase of the competitiveness.

**Keywords:** Consumers or customers, Suppliers, Logistics operators, Information, Restrictions



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

### **INTRODUCCIÓN**

La investigación de operaciones es sin lugar a duda una de las herramientas que hoy día ha tenido auge en las empresas, ya que ha dado muy buenos resultados, ésta se puede definir como la aplicación de métodos científicos en busca de la mejora de la efectividad de las operaciones, decisiones y gestión.

El trabajo de la investigación de operaciones consiste en recopilar y analizar datos, desarrollar y probar modelos matemáticos, proponer soluciones o recomendaciones y así ser eficientes en todas las etapas de la cadena de abastecimiento. En el presente proyecto de investigación se usa la modelación matemática, y en concreto un modelo de programación lineal en donde se tienen en cuenta elementos y aspectos que conforman la cadena de abastecimiento de tipo regional, con el que se busca resolver un problema de producción y logística para lograr la operación de la red de distribución y la producción a un costo mínimo.

El modelo se construye sobre una estructura de red que admite, plantas, centros de distribución y clientes, se modelan los flujos de producto terminado a lo largo de toda la cadena de abastecimiento, detallando de manera explícita los costos de producción, transporte de producto terminado, y administración de inventarios.

El modelo incluye la optimización de la cadena mediante la asignación de cantidades de productos distribuidos para cada distrito de la red, mientras se satisface un conjunto de restricciones que incluye: Capacidad de las plantas, y de los centros de distribución, satisfacción de valores de demanda por producto y por distrito, balance de flujo de materiales en plantas, balance de flujo de producto en centros de distribución, y condición de no negatividad sobre las variables de decisión.

### **METODOS**

En el estudio de una administración exitosa de una cadena de abastecimiento se requiere la toma de decisiones relacionadas con el flujo de información, productos y fondos, mediante la recopilación, afianzamiento y análisis sobre el tema de investigación

### **RESULTADOS**

#### **Qué es una cadena de abastecimiento**

Una cadena de abastecimiento está formada por todas aquellas partes involucradas de manera directa o indirecta en la satisfacción de una solicitud de un cliente. La cadena de



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

abastecimiento incluye no solamente al fabricante y al proveedor, sino también a los transportistas, almacenistas, vendedores al detalle e incluso a los mismos clientes.

Dentro de cada organización como la del fabricante, abarca todas las funciones que participan en la recepción y el cumplimiento de una petición del cliente. Estas funciones incluyen pero no están limitadas al desarrollo de nuevos productos, la mercadotecnia, las operaciones, la distribución, las finanzas y el servicio al cliente (CHOPRA, 2008).

### **Objetivo de la cadena de abastecimiento.**

El propósito principal de las cadenas de abastecimiento es satisfacer al cliente y, en el proceso, generar una ganancia, es decir maximizar el valor total generado. El valor que una cadena de suministro genera es la diferencia entre lo que vale el producto final para el cliente y los costos en que la cadena incurre para cumplir la petición de éste.

El éxito de una cadena de abastecimiento está reflejado en su rentabilidad, por lo cual se hace necesario buscar las fuentes de ingreso y costos, los ingresos provienen de los clientes, todo los demás flujos de efectivo son intercambios de fondos que ocurren dentro de la cadena, todos los flujos de información, productos, o fondos generan costos. Por lo cual se hace necesaria una excelente gestión de la cadena de suministro en lo que comprende la administración de los activos, y de los flujos de productos, información y fondos para maximizar la rentabilidad total de la misma.

### **Estructura**

Una cadena de abastecimiento típica puede abarcar varias etapas: proveedores, fabricantes, distribuidores, clientes; Cada etapa en la cadena de abastecimiento suministro se conecta a través de flujos de productos, información y fondos, estos flujos ocurren en ambas direcciones y pueden ser administrados por una de las etapas o un intermediario.

Una vez expuestas las ideas básicas sobre logística y cadena de abastecimiento se pasa entonces a describir los elementos básicos de una cadena y sus principales características. Dentro de estos elementos encontramos los siguientes:

Los productos (en transformación, en transporte, en almacenamiento)

Los consumidores o clientes

Los proveedores

Las plantas de producción

Los centros de distribución



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

Los distribuidores mayoristas

Los detallistas o minoristas (retailers)

Los operadores logísticos

Los sistemas o modos de transporte

Los sistemas de información

La logística reversiva y la logística verde Otros posibles, principalmente relacionados con logística internacional (Sociedades Intermediarias Aduaneras (SIAs)).

### **Los productos en la cadena de abastecimiento.**

Los productos en la cadena de abastecimiento son el resultado de la operación de los procesos, de la transformación de materias primas, estos se pueden clasificar de varias formas.

La más conocida tiene que ver con el nivel de consumo de los clientes.

#### **• Productos de consumo masivo.**

–Puntos de venta múltiples

–Alto grado de sustituibilidad.

–Ejemplos: Alimentos, elementos de aseo personal, gaseosas

–Características de distribución: Altos costos y amplia distribución en muchos puntos.

#### **•Productos de consumo medio.**

– Puntos de venta más reducidos

– Mayor diferenciación entre productos de diversas marcas

– Ejemplos: Muebles, electrodomésticos, automóviles

– Características de distribución: Puntos de distribución reducidos y costos medios de distribución.

#### **•Productos especializados.**

– Lugares especializados de ventas y gran diferenciación de marcas

– Ejemplos: Instrumentos musicales, carros de lujo.

### **Los sistemas de información**

Los sistemas de información de la cadena de abastecimiento son el principal elemento de la cadena para muchos autores (CHOPRA, 2008). Si no existe información veraz, precisa, actualizada y a tiempo, los procesos de diseño, planeación, operación y administración de la cadena de abastecimiento serían imposibles de llevar a cabo.



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

Existen múltiples sistemas de información integrados, tales como SAP y ORACLE, denominados ERPs (Enterprise Resource Planning), los cuales suministran e integran la información de toda la cadena de abastecimiento, a través de módulos clave, como pueden ser los de compras y proveedores, finanzas y contabilidad, recursos humanos, planeación de producción, planeación y operación de transporte (Transportation Management Systems TMS), sistemas de administración de bodegas (Warehouse Management Systems WMS), módulos de pronósticos e inventarios, módulo de administración de las relaciones con el cliente (Customer Relationship Management CRM), entre otros posibles.

### **1.1.1. Operaciones típicas**

#### **Dentro de las operaciones típicas encontramos:**

##### **Administración del Portafolio de Productos y Servicios:**

Es la oferta que la compañía hace al mercado. Toda la Cadena de abastecimiento se diseña y ejecuta para soportar esta oferta.

**Control de Producción:** Derivado de las políticas particulares de servicio que tenga la compañía y de la administración de la demanda, se encarga de programar y desarrollar la producción interna y, como consecuencia, dispara la actividad de abastecimiento de insumos.

**Abastecimiento:** Incluye proveer los insumos necesarios para satisfacer las necesidades de producción (materia prima y materiales) cuidando los tiempos de entrega de los proveedores y los niveles de inventario de insumos.

**Distribución:** Se encarga de custodiar insumos y producto terminado (en algunas organizaciones solo producto terminado), hacerlo llegar a los Clientes y/o a su red de distribución, que puede incluir otros almacenes o centros de distribución (CDs) o no.

##### **Directrices y métricas.**

Para entender como una compañía puede mejorar el desempeño de la cadena de abastecimiento en términos de capacidad de respuesta y eficiencia, se deben examinar las directrices del comportamiento de la misma: instalaciones, inventario, distribución, información, aprovisionamiento, y fijación de precios.



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

### **Fases de decisión:**

En la administración exitosa de una cadena de abastecimiento se requiere la toma de decisiones relacionadas con el flujo de información, productos y fondos, estas decisiones se clasifican en tres categorías:

**a. Estrategia o diseño de la cadena de abastecimiento:** En esta etapa la compañía decide cómo estructurar la cadena de abastecimiento durante los siguientes años, como debe ser la configuración de la cadena, como serán distribuidos los recursos y qué procesos se llevaran a cabo en cada etapa. Las decisiones tomadas en esta etapa incluyen la ubicación y capacidades de producción, los productos que se fabricaran o almacenaran en varias ubicaciones.

**b. Planeación de la cadena de abastecimiento:** En esta fase se toman decisiones para un periodo de un trimestre a un año, la planeación incluye tomar decisiones respecto a cuales mercados serán abastecidos y desde que ubicaciones, la subcontratación de fabricación, las políticas de inventario.

**c. Operación de la cadena de abastecimiento:** El horizonte de tiempo en esta fase es semanal o diario y se toman decisiones sobre pedidos de clientes, se distribuyen el inventario o la producción entre cada uno de los pedidos, se establece la fecha en que deben completarse los pedidos, se generan las listas de materiales, se decide sobre la ruta de distribución y se establecen itinerarios

### **Enfoque de los procesos**

#### **Enfoque empuje / Jalonar**

Los procesos de una cadena de abastecimiento se clasifican dentro de varias categorías como: Make to Order, Make to stock, Assembled to order (ATO), Engineering To Order. Con los procesos de jalonar (Make to Order), la ejecución se inicia en respuesta a un pedido del cliente, en estos procesos se conoce con certidumbre la demanda del cliente. Con los procesos de empuje (Make to stock), la ejecución se inicia en anticipación a los pedidos del cliente, no se conoce la demanda del cliente y se deben realizar pronósticos, se trabaja en un ambiente de incertidumbre; La empresa objeto del estudio presenta un enfoque de Make to stock.

**Desempeño de la cadena de abastecimiento** En la planeación existen tres enfoques muy importantes dentro de la gestión de la cadena de abastecimiento sobre los cuales la gerencia debe tomar decisiones que afectarán a la empresa drásticamente, puesto que estas decisiones influirán en los resultados sobre el nivel de servicio al cliente, el nivel de



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

inversión y todos los costos. Estos son las estrategias: la localización, el inventario y el transporte.

La planeación contempla tres áreas principales sobre las cuales se deben adoptar estrategias para la toma de decisiones en el diseño de la cadena. Como se puede ver, estas áreas incluyen decisiones sobre inventario, almacenamiento y transporte que pueden afectar en algún nivel las decisiones de localización, esta situación se presenta porque las áreas no solo afectan el nivel de servicio, sino que se afectan entre ellas al estar relacionadas. Por ejemplo, el sistema de control de inventarios utilizado en los puntos de almacenamiento de la cadena puede afectar la ubicación de estos puntos o el modo de transporte utilizado entre estos. Por esta razón las estrategias a adoptar mencionadas anteriormente deben también considerar la relación entre las áreas para llevar a cabo la planeación de la cadena.

### **Modelación matemática**

La optimización es una herramienta adecuada al diseño de redes, en el cual se toman decisiones importantes que consideran muchos aspectos logísticos, relacionadas al número, localización y tamaño de los almacenes en la red logística.

Los problemas de optimización se originan cuando se debe tomar la decisión de asignar de la mejor manera posible, es decir de forma óptima recursos limitados a actividades que compiten entre sí por ellos, con el fin de alcanzar los mejores resultados (HILLIER, 2010).

En la optimización de la cadena de abastecimiento encontramos un sin número de variables complejas que se deben tener en cuenta para la toma de decisiones de planeación en busca de la minimización de costos, “para el análisis de estas variables y la solución de estos problemas se emplean modelos matemáticos los cuales enmarcan la técnica de programación lineal para la optimización, ayudan en la toma de decisiones industriales y en la simulación para resolver situaciones problemáticas complejas en logística, manufactura, almacenamiento, transporte y redes de distribución”.

Los modelos describen la relación entre variables de decisión, restricciones y objetivos, su presentación más usual es en forma de un conjunto de ecuaciones matemáticas, en donde el modelo ha de representar el sistema real para el cual se desea tomar decisiones. La Investigación de Operaciones usa el método científico para explorar e investigar los problemas que deben ser solucionados. En particular, el proceso comienza por la





## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

observación cuidadosa y la formulación del problema incluyendo la recolección de datos pertinentes, continua con la construcción del modelo matemático, posteriormente su validación, y las respectivas conclusiones /soluciones, las cuales se espera que sean válidas también para el problema real.

La investigación de operaciones se puede definir como la aplicación de métodos científicos en la mejora de la efectividad en las operaciones, decisiones, la principal característica consiste en construir un modelo del sistema del cual se pueden predecir y comparar los resultados de diversas estrategias, decisiones, el objetivo es ayudar a los responsables a determinar su política y actuaciones en forma científica.

### **Elementos básicos para la planeación y optimización**

En la optimización de las cadenas de abastecimiento podemos encontrar dos tipos de problemas o situaciones. Primero, si la cadena ya existe y se está tratando solamente de optimizar los flujos de productos. En este caso se aplican generalmente programación lineal.

Segundo, si toda la cadena o parte de ella aún no existe y se está, por ejemplo, definiendo una nueva localización de una planta o de uno o varios centros de distribución (CDs), se generan problemas de optimización lineal entera-mixta. (Vidal, 2009)

En la práctica, muchas personas se cuestionan si para la gestión de CAs es necesario utilizar modelos su argumento principal es que, de una u otra forma, las CAs existen, funcionan, le prestan el servicio al cliente y generan utilidades. La gran pregunta es, ¿pueden estas cadenas funcionar de la misma o mejor forma con menos recursos comprometidos? Es decir, ¿están estas cadenas funcionando en forma óptima o cercana a la óptima? Es muy dudoso que esto sea así, dadas las numerosas evidencias de suboptimización que existen en la mayoría de las cadenas de abastecimiento, especialmente en lo relacionado con elevados costos de producción, niveles de inventarios, productos agotados, niveles de servicio y en lo que atañe a elementos del sistema de transporte, tales como el ruteo y programación de vehículos y el diseño de redes, por mencionar sólo algunos factores. “Así, uno de los temas más apasionantes de la administración de la cadena de suministro y de la logística es el de formular modelos matemáticos, cuyas soluciones brinden respuesta a los anteriores interrogantes”.

En los países en vía de desarrollo no es fácil encontrar la utilización de herramientas basadas en programación (Vidal, 2009), a nivel de investigación se encuentran trabajos



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

como del profesor Carlos Julio Vidal de la universidad del valle, el cual se ha enfocado en la optimización de las cadenas de abastecimiento.

A nivel industrial encontramos en una empresa importante del país del sector de bebidas que desde 1991 utiliza este tipo de herramientas para apoyar sus procesos en la toma de decisiones (Velásquez 2000). Otras experiencias a nivel de usuario final se tienen prototipos en fase de desarrollo (Beltrán et al. 2004. Saldaña et al 2003, Velásquez 2003). Hernández et al 2004, desarrollaron una modelación matemática de producción y distribución determinística aplicada a una empresa de suministros médicos para la optimización de toda la cadena de abastecimiento.

Como Shapiro (2004, p. 1) lo menciona, “Los modelos de optimización son herramientas necesarias y deseables para identificar decisiones efectivas en la cadena de abastecimiento. Son las únicas herramientas capaces de analizar las complejas interacciones de las decisiones tomadas a lo largo de la cadena de abastecimiento de la compañía de una forma holística”. Esto justifica aún más la utilización de modelos matemáticos como herramientas básicas para la toma de decisiones en la CA y en logística.

Esto nos indica que la programación lineal, con el pasar del tiempo se ubica como un elemento importante en el desarrollo de la construcción de modelos de optimización. Los conceptos matemáticos deben ser desglosados y ajustados al tema empresarial, de tal forma que permitan ganar tiempo y realizar análisis de diferentes escenarios, para tomar decisiones con probabilidades de error muy bajas.

### **Diseño y solución del modelo matemático.**

Las etapas del estudio de Investigación y diseño del modelo matemático son las siguientes:

- a) Definición del problema de interés y recolección de los datos relevantes. En esta etapa se realizará el estudio del sistema actual de la empresa y se presentara el problema a analizar, se definirán los objetivos del sistema es decir que se desea optimizar, se identificarán las restricciones y las variables implicadas, de igual manera se realizará la recolección de datos relevantes del problema, datos que permitan la comprensión del problema y aporten a la formulación correcta del problema.



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

- b) Formulación de un modelo matemático que represente el problema. Esta consiste en la toma de decisión del modelo a utilizar para representar el sistema. El modelo debe relacionar las variables de decisión con los parámetros y restricciones del sistema. Los parámetros (o cantidades conocidas) se obtendrán a partir de datos pasados.
- c) Desarrollo de un procedimiento basado en un software para a derivar una solución al problema a partir del modelo. Una vez que se tiene el modelo, se procede a derivar una solución matemática empleando un software para resolver problemas y ecuaciones.
- d) Análisis de resultados.
- e) Se realiza un análisis de los resultados arrojados por el modelo y se compararan con los costos actuales del sistema, y verificar si el modelo si logra mejorar los costos relevantes de la operación.

Este análisis estará apoyado en la comparación de la situación actual con los resultados obtenidos, y así analizar si es viable o no la estructuración de la nueva configuración. Después de definir el problema de optimización, se entrega a un solucionador, es decir a un tipo de algoritmo inmerso en un programa de computador, el cual mediante una serie de pasos y reglas lógicas, se encarga de buscar una solución que se acerque al objetivo, al mismo tiempo que cumpla con las restricciones impuestas.

### **Pronostico de la demanda**

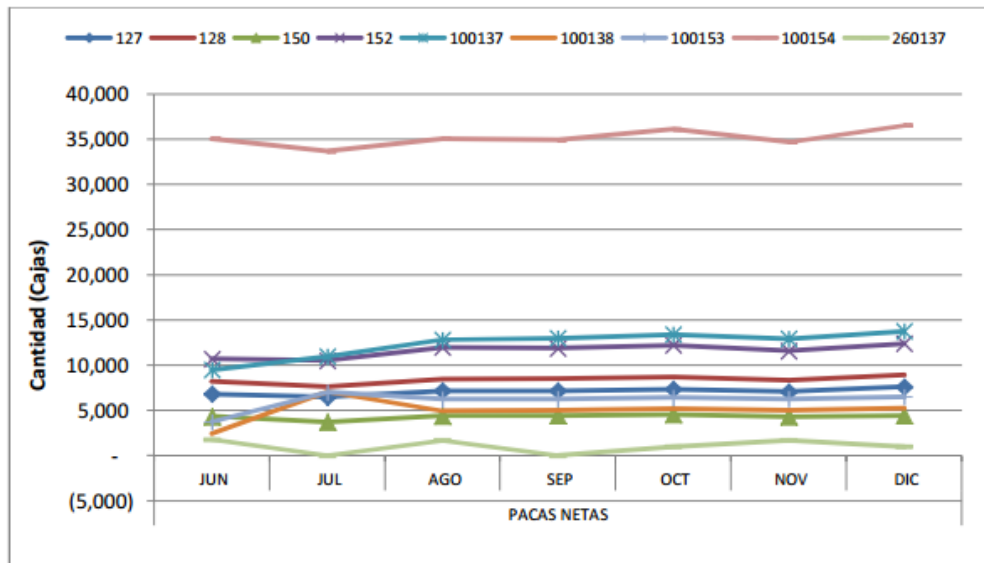
Los pronósticos de la demanda al interior de la compañía se realizan de acuerdo a los históricos de ventas. No se cuenta con un análisis detallado para conocer su comportamiento ni se aplican técnicas avanzadas de planeación para esta actividad. De acuerdo al análisis realizado se puede observar que la demanda tiene un comportamiento estable, por lo cual, se puede utilizar una técnica de promedio móvil simple o suavización exponencial simple de esta forma garantizamos cálculos más precisos que ayuden a una adecuada planeación de la producción y distribución.



## Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

Ilustración 11 Comportamiento de la demanda por Referencia



Fuente: Datos empresa objeto del estudio.

### ESTRUCTURACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO

Los datos usados en el escenario de análisis fueron recolectados teniendo en cuenta dos plantas de producción en dos regiones del país. Se revisó específicamente los tipos de proveedores por ubicación y el volumen anual, localización de bodegas y centros de distribución, costos de transporte y costos fijos en los almacenes.

#### Formulación del modelo

A continuación se formula el modelo matemático el cual representa el diseño de la cadena de abastecimiento del presente trabajo. Se definen los conjuntos e índices, los parámetros y las variables de decisión para el presente modelo, considerando los costos de almacenamiento en los Cendis, los costos de producción en las plantas, y los fletes asociados a la distribución.

#### Conjuntos e índices

*PLANTAS = Conjunto de plantas, indexado por  $i$ .*

*PRODUCTOS = Conjunto de productos, indexado por  $j$ .*

*DISTRITOS = Conjunto de distritos, indexado por  $k$ .*

*MESES = Conjunto de meses, indexado por  $l$ .*

*CENDIS = Conjunto de centros de distribución, indexado por  $m$ .*



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

El índice de cada conjunto se define para mayor claridad, aunque en el modelo en sí se puede utilizar cualquier índice siempre y cuando haya consistencia. De todas formas, se sugiere conservar los índices como fueron definidos.

### **Parámetros**

$CAP_i$  = Capacidad de producción de cada planta  $i$ .

$CPN_{ij}$  = Costo de producir cada producto  $j$  en cada planta de producción  $i$ .

$DEM_{jkl}$  = Demanda de cada producto  $j$  en cada distrito  $k$  en el mes  $l$ .

$CINV_{jm}$  =

Costo de mantener inventario de cada producto  $j$  en los centros de distribución  $m$ .

$CAPCEN_m$  = Capacidad máxima de inventario en cada centro de distribución  $m$ .

$CFI_{im}$  = Costo de flete desde la planta  $i$  al centro de distribución  $m$ .

$CF_{ik}$  = Costo de flete desde cada planta  $i$  a cada distrito  $k$ .

$CFE_{mk}$  = Costo de flete desde cada centro de distribución  $m$  al distrito  $k$ .

$INVCEROC_{jm}$  = Inventario inicial de cada producto  $j$  en el centro de Distribución  $m$ .

$INVFINAL_j$  = Inventario final de cada producto  $j$  en el mes final (Diciembre).

Los parámetros están definidos para los elementos de un conjunto definido previamente. Encontramos parámetros unidimensionales, como la capacidad de cada planta, ya que a cada elemento del conjunto de plantas le asignamos una capacidad. También se observan parámetros bidimensionales. Por ejemplo, los fletes entre cada centro de distribución y los distritos, y parámetros multidimensionales con tres elementos, como el parámetro demanda de productos de cada uno de los distritos en los respectivos meses, es muy importante que los parámetros tengan sus respectivas unidades de medida.

### **Variables de decisión**

$Y_{jml}$  = unidades de producto  $j$  almacenados en el centro de distribución  $m$  en el mes  $l$ .

$Z_{jiml}$  = Unidades despachadas del producto  $J$  al Cendis  $m$ , desde la planta  $i$  en el mes  $l$ .

$XY_{jitk}$  = Unidades despachadas del producto  $j$  desde la planta  $i$  en el mes  $l$  para el distrito  $k$ .

$XZ_{jmlk}$

= Unidades despachadas del producto  $j$  desde los centros de distribución  $m$  en el mes  $l$  a los distritos  $k$ .



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

Las variables de decisión representan las variables controlables, las cuales pueden ser manejadas por la empresa, y son aquellas que resuelven el problema en forma directa o indirecta, en el modelo formulado, la empresa puede decidir cuántas unidades producir y despachar en cada una de las plantas, igualmente cómo va a ser la distribución de los flujos desde los Cendis a cada uno de los distritos. El modelo se encarga entonces de hallar los valores de estas variables que produzcan el costo total de producción, almacenamiento y distribución mínimos.

### **Formulación verbal del modelo**

Para una mayor comprensión se escribe el modelo matemático en forma verbal y luego se presenta en forma matemática. El modelo matemático en forma verbal es una forma muy útil de expresar el problema de optimización (Vidal, 2009), ya que condensa los costos y otros elementos que se van a considerar en la función objetivo y describe las diferentes restricciones que se tendrán en cuenta. La formulación verbal del modelo matemático es la siguiente:

### **Función Objetivo:**

**Minimizar:** Costo total de producción + costo de inventario + costos de distribución

Costo total de producción = # De cajas producidas x costo unitario de producción.

Costo de inventario = # De cajas almacenadas por el costo unitario de almacen.

Costos de distribución = # De cajas despachadas x Valor flete por caja.

**Restricciones:** Se definieron las siguientes restricciones:

- Capacidad de planta.
- Satisfacción de la Demanda de cada distrito (Días de cobertura)
- Inventario Máximo.
- Inventario final.
- Restricciones de balance.
- Despachos.

Modelo Matemático en notación algebraica A continuación se presenta la función objetivo y las restricciones en notación algebraica.



## Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

### **Función Objetivo**

*Minimizar Costo total de producción + costo de inventario + costos de distribución=*

$$\sum_{ijkl} XY_{ijkl} \times CPN_{ij} + \sum_{jml} Y_{jml} \times CINV_{jm} +$$

$$\sum_{jlmk} Z_{jlmk} \times CFI_{lm} + \sum_{jilk} XY_{jilk} \times CF_{ik} +$$

$$\sum_{jlmki} XZ_{jlmki} \times CFE_{mk} + \sum_{jlmki} XZ_{jlmki} \times CPN_{jl}$$

La función objetivo mostrada es la suma de los costos de producción en cada planta (primera sumatoria), de los costos de inventario (segunda sumatoria), de los fletes de transporte de las plantas a los cendis (tercera sumatoria), los fletes de los plantas a los distritos (cuarta sumatoria), de los fletes de transporte de las cendis a los distritos (quinta sumatoria), los costos de producción de las unidades producidas y despachadas (sexta sumatoria).

Restricciones. Se definieron las siguientes restricciones: Restricción de Capacidad de producción La sumatoria de los envíos de los productos j de cada planta i a los Cendis m, más los productos j enviados desde las plantas i a los distritos k debe ser menor o igual a la capacidad de cada planta i.

### **Capacidad de Producción**

La capacidad de producción está determinada por el número de cajas despachadas desde las plantas a los centros de distribución (Z) y desde las plantas a los distritos (XY). Estas cantidades están sujetas a la capacidad actual de cada planta, por lo tanto la suma de las cantidades despachadas a los centros de distribución y a los distritos no deben superar esta capacidad.

### **CONCLUSIONES**

En la búsqueda de estrategias que permitan la optimización de las cadenas de abastecimiento, encontramos en este modelo matemático aplicado a la industria de consumo masivo de alimentos una herramienta que sin lugar a duda ayuda a agilizar la toma de decisiones en la organización y permite la gestión eficaz de la cadena de



## **Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

abastecimiento. Se diseñó un modelo matemático de programación lineal, teniendo en cuenta las condiciones de operación actual de la compañía.

Por medio de este se logró presentar una propuesta de minimizar los costos asociados en la cadena de abastecimiento, incluyendo la producción, almacenamiento y distribución. Este modelo incluye 3150 variables de decisión, y 885 restricciones, con una función objetivo la cual consiste en minimizar los costos totales.

Con respecto a la validación del modelo se determinó mediante un coeficiente de variación de un 0.66% que el modelo propuesto se ajusta a la descripción de la operación actual de la cadena. Se realizó el respectivo análisis de las variables resultantes logrando concluir que el modelo cumple con las restricciones de capacidad, demanda, inventarios, balance de plantas, despachos y vida útil de producto. Convirtiéndose de esta forma en una herramienta rápida y económica para la toma de decisiones alrededor de la Supply Chain.

### **Referencias Bibliográficas**

- Ambrosino, D., y Scutella, M.G., Distribution Network Design: New Problems and Related Models. *European Journal of operational Research*, Vol. 165, 2005, p. 610-624
- Arango M. et al. (2010). Localización: Ciencia e Ingeniería Neogranadina, Vol. 20, N°. 1.
- Atul P. Kanyalkar and Gajendra K. Adil. A robust optimization model for aggregate and detailed planning of a multi-site Procurement-production-distribution system. hailesh J Mehta School of Management, Indian Institute of Technology –Bombay, Mumbai, Maharashtra, India (Received 22 May 2008; final version received 16 August 2008)
- Croxton, K.L. & W. Zinn, “Inventory Considerations in Network Design”, *Journal of Business Logistics*, 26(1), 2005, 149-168.
- Chopra. Sunil, Meindl Peter. (2004). Administración de la cadena de suministro, estrategia planeación y operación, tercera edición, pearson prentice hall 4.2008.
- Ballou Ronald. Logística, administración de la cadena de suministro quinta edición, prentice hall 4.
- Hillier, Frederick. Lieberman Gerald. (2010). Introducción a la investigación de operaciones. Novena edición. Mc Graw Hill.





**Diseño de un modelo matemático aplicado a la planeación de la producción y distribución de productos de consumo masivo.**

*Revista Publicando, 4 No 12. (2). 2017, 348-364. ISSN 1390-93*

Kanyalkar, A.P. and Adil, G.K., Aggregate and detailed production planning integrating procurement and distribution plans in a multi-site environment.

International Journal of Production Research, 45 (22), 5329–5353. 2007.

Liang, T.-F. Integrating production-transportation planning decision with fuzzy multiple goals in supply chains. Department of Industrial Engineering and Management, Hsiuping Institute of Technology, Gungye Road, Dali ity, Taichung, Taiwan 412, Republic of China. (Revision received December 2005)

Arango Serna, W. Adarme Jaimes, J. A. Zapata Cortes. Gestión cadena de abastecimiento - logística con indicadores bajo incertidumbre, caso aplicado sector panificador Palmira (base de datos dialnet) consultado en marzo 10 2017.

Moreno, Jorge. Nieto Luis. Desarrollo de un modelo de optimización con simulación para el apoyo de decisiones de localización de centros de distribución en la cadena de abastecimiento para una planta manufacturera en Colombia.

Tesis de grado. Pregrado en Ingeniería Industrial. Universidad del Valle. 2008.

Piño Jordán, R. (2007). Gestión de la Cadena de Abastecimiento. (Spanish). Leadership: Magazine For Managers, 4(11), 42.

Toro, Héctor. Modelación matemática de la cadena de abastecimiento en busca de Localización eficiente de plantas y/o centros de distribución en el ámbito colombiano. Tesis de grado. Pregrado en Ingeniería Industrial. Universidad del Valle. 2001.

Vidal, Carlos Julio. Fundamentos de gestión de inventarios. Colombia.

Universidad del Valle Facultad de Ingeniería. Publicación Técnica .Segunda Edición. 2005. p. 158-160.